



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA  
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PARA  
PROFESSORES DO ENSINO MÉDIO**

**Priscila Pereira Sousa Ramos**

**UMA INVESTIGAÇÃO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO  
PROPOSTA METODOLÓGICA PARA A SALA DE AULA NO ENSINO  
MÉDIO**

**Campina Grande/PB  
2011**

PRISCILA PEREIRA SOUSA RAMOS

**UMA INVESTIGAÇÃO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO  
PROPOSTA METODOLÓGICA PARA A SALA DE AULA NO ENSINO  
MÉDIO**

Monografia apresentada no Curso de Especialização em Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, em cumprimento às exigências para obtenção do Título de Especialista em Educação Matemática.

**Orientadora:** Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Kátia Maria de Medeiros

Campina Grande/PB  
2011

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL-UEPB

R175i

Ramos, Priscila Pereira Sousa.

Uma investigação da resolução de problemas como proposta metodológica para a sala de aula no Ensino Médio. [manuscrito] / Priscila Pereira Sousa Ramos. - 2011.

46 f.

Monografia (Especialização em Educação Matemática para professores do Ensino Médio) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2011.

“Orientação: Prof. Dr<sup>a</sup>. Kátia Maria de Medeiros, Departamento de Matemática”.

1. Ensino de Matemática. 2. Ensino Médio. 3. Matemática.  
I. Título.

21. ed. CDD 510

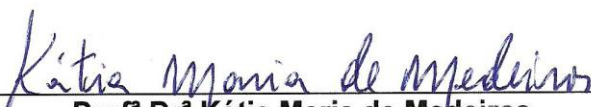
PRISCILA PEREIRA SOUSA RAMOS

**UMA INVESTIGAÇÃO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO  
PROPOSTA METODOLÓGICA PARA A SALA DE AULA NO ENSINO  
MÉDIO**

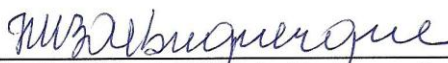
Monografia apresentada no Curso de Especialização em Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, em cumprimento às exigências para obtenção do Título de Especialista em Educação Matemática.

Aprovada em 25 de Agosto de 2011.

**BANCA EXAMINADORA**



**Profª Drª Kátia Maria de Medeiros**  
Departamento de Matemática– CCT/UEPB  
Orientadora



**Prof. Drª Izabel Maria Barbosa de Albuquerque**  
Departamento de Matemática e Estatística – UFCG  
Examinador



**Profº Esp. José Urânio das Neves**  
Departamento de Matemática - UEPB  
Examinador

*Ao Senhor Jesus, ao meu marido e meu filho por tudo o que representam na minha vida.*

## **AGRADECIMENTOS**

Ao eterno e soberano Deus, doador da vida, pelo privilégio de concluir com êxito essa Especialização. Sei que foi a sua mão protetora que me guiou todos os dias, dando-me coragem e perseverança. Ao Senhor todo meu louvor e adoração.

Aos meu pais pelo apoio, amor e preocupação.

Ao meu esposo pela paciência demonstrada em nunca reclamar por todas as madrugadas em que se levantava junto comigo para me acompanhar até onde o carro de estudante ficava e pelo incentivo dado.

Aos meus colegas e professores pela ajuda e companheirismo.

E, muito especialmente, à professora doutora Kátia Maria de Medeiros, pela forma como me orientou nesse trabalho, pois foi a sua dedicação que me deu ânimo para continuar até o fim.

A todos que direta ou indiretamente contribuíram para a conclusão desse trabalho. Que Deus os abençoe!

*Nossos problemas na vida são cálculos de matemática. Basta subtrair, dividir, somar ou multiplicá-los. O resultado final é igual à capacidade de resolvê-los.*

Angelita Loturco

## RESUMO

Percebemos, ao longo da história, que os problemas sempre fizeram parte do ensino da Matemática. Isto é observado em vários achados arqueológicos. No entanto, a Metodologia Resolução de Problemas é algo recente pois, normalmente os problemas são apresentados na sala de aula mais como exercícios para a fixação de determinado conteúdo. Os problemas fechados são aplicados logo após um conteúdo e por isso não exigem muita interpretação e estratégias especiais para resolvê-los, visto que apenas é necessária a aplicação das fórmulas ou informações vistas na aula. A Metodologia Resolução de Problemas se identifica com os problemas abertos, ou seja, aqueles que não têm vínculo com conteúdos anteriores, e que exigem interpretação, raciocínio e estratégias de resolução. O objetivo geral dessa pesquisa é Investigar a resolução de problemas como proposta metodológica para as aulas de Matemática, visando uma melhor aprendizagem, pelos alunos, dos conteúdos matemáticos ensinados no Ensino Médio. Os objetivos específicos foram: Pesquisar sobre resolução de problemas para introdução de conteúdos matemáticos em sala de aula; utilizar problemas que sejam ligados ao cotidiano do aluno; Investigar, através dos problemas propostos, se o aluno percebe que nem todos os problemas matemáticos têm aplicação imediata na vida, mas que têm grande importância para o ensino da Matemática; propor problemas matemáticos cuja solução pode ser encontrada através de vários modos; utilizar os conteúdos como ferramenta que facilita a resolução dos problemas que foram propostos; Investigar, através dos problemas propostos, que muitos problemas não têm solução; Compreender como um professor de Matemática concebe a resolução de problemas; Compreender as concepções dos alunos de uma turma de 3º ano do Ensino Médio sobre a Matemática e o ensino desta disciplina. Para atingir todos esses objetivos, desenvolvemos esta pesquisa em uma turma de 3º ano do Ensino Médio da Escola Estadual Alcides Bezerra do Município de Cabaceiras - PB entre maio e junho de 2011. Os resultados mostram que ainda existe um longo caminho a percorrer até que se consiga trabalhar a Resolução de Problemas como uma metodologia e que se for aplicada, bons resultados trará no processo de aprendizagem dos alunos.

**Palavras-chave:** Metodologia Resolução de Problemas; Tarefas; Ensino Médio.



## ABSTRACT

We realize, throughout history, that the problems have always been part of mathematics teaching. This is observed in several archaeological findings. However, Problem Solving Methodology is something new because usually the problems are presented in the classroom more as exercises for the attachment of certain content. The problems are applied after closed content and therefore do not require much interpretation and special strategies to solve them, since it is only necessary when applying formulas or information seen in class. Problem Solving Methodology identifies himself with the open problems, namely those who have no previous connection with content and require interpretation, reasoning and solving strategies. The overall objective of this study was to investigate the problem solving as a methodological proposal for the mathematics classes in order to better learning by students of the mathematical content taught in high school. The specific objectives were: Research on problem solving for the introduction of mathematical content in the classroom, using problems that are linked to student's daily life, investigate, through the proposed problems, if the student realizes that not all mathematical problems have immediate application in life, but have great importance for the teaching of mathematics; propose mathematical problems whose solution can be found through various modes, use the contents as a tool that facilitates the resolution of the problems that have been proposed; investigate, through the proposed problems, which many problems have no solution; understand how a mathematics teacher sees the resolution of problems; Understand the views of students in a class of 3rd year of High School mathematics and the teaching of this discipline. To achieve all these goals, we developed this research in a class of 3rd year of High School State School of the City of Alcides Bezerra in Cabaceiras - PB between May and June 2011. The results show that there is still a long way to go until it can work on problem solving as a methodology and that if applied, will bring good results in the learning process of students.

**Key Words:** Problem Solving Methodology; Tasks; High School.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Tableta babilônica.....	11
Figura 2: Um problema com progressões geométricas do Papiro de Ahmes.....	12
Figura 3: Relação entre diversos tipos de tarefas, em termos do seu grau de desafio e de abertura .....	17
Figura 4: Diversos tipos de tarefas, quanto à duração .....	18
Figura 5: Diversos tipos de tarefa quanto ao contexto.....	23

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO.....</b>	<b>9</b>
<b>2. OBJETIVOS.....</b>	<b>10</b>
2.1. OBJETIVO GERAL.....	10
2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....	10
<b>3. ALGUNS ASPECTOS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS .....</b>	<b>11</b>
3.1. ASPECTOS HISTÓRICOS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS.....	11
3.2. A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO CURRÍCULO .....	13
3.3. TAREFAS NAS AULAS DE MATEMÁTICA .....	16
3.4. A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS NA SALA DE AULA .....	19
3.5. A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO PROPOSTA METODOLÓGICA PARA AS AULAS DE MATEMÁTICA.....	24
<b>4. METODOLOGIA .....</b>	<b>26</b>
4.1. UMA ANÁLISE PRÉVIA DOS PROBLEMAS .....	28
<b>5. ANÁLISE DOS DADOS .....</b>	<b>33</b>
5.1. SOBRE AS CONCEPÇÕES DOS ALUNOS ACERCA DA MATEMÁTICA- ANÁLISE DAS RESPOSTAS DO QUESTIONÁRIO APLICADO AOS ALUNOS .....	33
5.2. ANÁLISE DAS RESPOSTAS DO QUESTIONÁRIO FEITAS PELO PROFESSOR.....	34
5.3. A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ABERTOS PELOS ALUNOS .....	35
5.4. ANÁLISE DAS RESOLUÇÕES DOS PROBLEMAS FEITAS PELOS ALUNOS.....	35
<b>6. CONCLUSÃO .....</b>	<b>39</b>
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	41
ANEXOS .....	43

## 1. Introdução

A escolha do tema *uma investigação da resolução de problemas como proposta metodológica para a sala de aula no Ensino Médio* surgiu a partir do nosso desejo de melhorar as aulas de Matemática, porque esta Matemática mecanizada, sem contextualização, normalmente apresentada nos livros didáticos, não leva todos os alunos a aprenderem, pelo contrário. Por conta deste modo de ensinar que se criou um mito de que a Matemática só é entendida pelos mais inteligentes e que a maioria não é capaz de aprendê-la.

Várias pesquisas já foram feitas sobre este tema e, em todas, ficou comprovado que problemas bem elaborados, usados como ponto de partida nas aulas de Matemática, fazem o aluno perceber a Matemática em tudo que o cerca e o faz sentir a necessidade de procurar caminhos para a resolução destes problemas. É justamente aí que entram os conteúdos que devem ser ensinados como recurso para resolver estes problemas. Deste modo, o conteúdo matemático não terá um fim em si mesmo.

No entanto, também é importante ressaltar que nem todos os assuntos matemáticos terão aplicação imediata em situações do cotidiano, mas através de problemas o aluno pode perceber a importância de cada um dentro da própria Matemática.

Sabemos que não é simples o ensino a partir da resolução de problemas, visto que isto exige muito planejamento, porque o que é considerado problemas para alguns, para outros podem ser simples exercícios que são resolvidos facilmente através de um algoritmo. Além disso, muitas vezes o tempo que cada professor dispõe é muito reduzido para elaborar problemas que contribuam para a aprendizagem significativa do aluno. Por estes motivos, entre outros, muitos preferem continuar ensinando de forma mecanizada algoritmos e equações, pois é um método menos trabalhoso e que alguns alunos conseguem aprender.

No trabalho que se segue, abordaremos primeiramente, os aspectos históricos da resolução de problemas, onde veremos como os problemas estão presentes na Matemática desde tempos remotos. Em seguida, abordaremos a resolução de problemas no currículo de Matemática. Ainda nesse contexto, comentaremos a importância das diversas tarefas nas aulas de Matemática para o aprendizado e como a proposta metodológica Resolução de Problemas é relevante

para que se consiga desmistificar a Matemática que é tida como disciplina difícil e como esta proposta pode ajudar para que se tenha um ensino diferente do tradicional.

Apresentamos as análises dos dados obtidos através dos questionários e problemas aplicados na sala de aula.

Por último, apresentamos a conclusão.

## **2. OBJETIVOS**

### **2.1 Objetivo Geral**

Investigar a resolução de problemas como proposta metodológica para as aulas de Matemática, visando uma melhor aprendizagem, pelos alunos, dos conteúdos matemáticos ensinados no Ensino Médio.

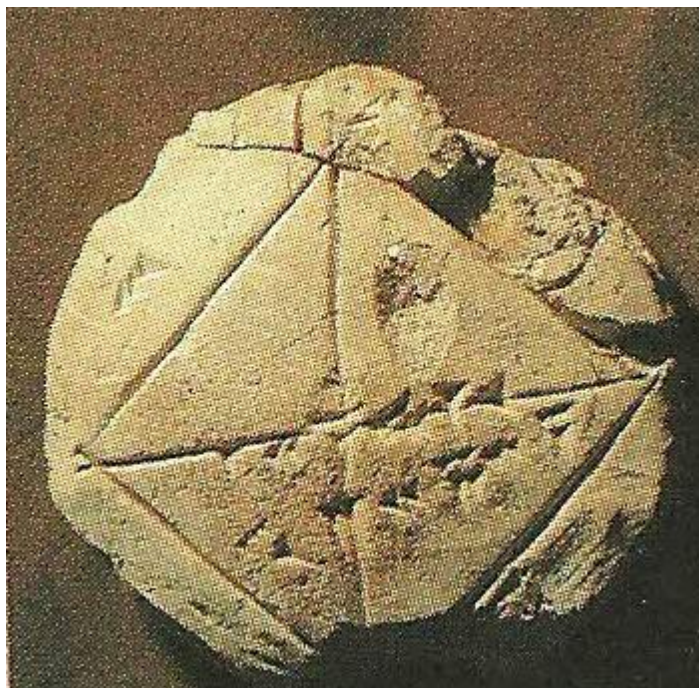
### **2.2 Objetivos Específicos**

- Pesquisar sobre resolução de problemas para introdução de conteúdos matemáticos em sala de aula;
- Utilizar problemas que sejam ligados ao cotidiano do aluno;
- Investigar, através dos problemas propostos, se o aluno percebe que nem todos os problemas matemáticos têm aplicação imediata na vida, mas que têm grande importância para o ensino da Matemática;
- Propor problemas matemáticos cuja solução pode ser encontrada através de vários modos;
- Investigar, através dos problemas propostos, o desempenho dos alunos diante de problemas que não têm solução;
- Compreender como um professor de Matemática concebe a resolução de problemas;
- Compreender as concepções dos alunos de uma turma de 3º ano do Ensino Médio sobre a Matemática e o ensino desta disciplina;

### 3. ALGUNS ASPECTOS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

#### 3.1. Aspectos Históricos da Resolução de Problemas

Através de muitos achados envolvendo a Matemática, percebe-se que os problemas estão presentes no ensino da Matemática desde muito tempo. No antigo Egito, já se utilizava os conhecimentos da relação existente no triângulo retângulo, que posteriormente passou a ser conhecido como Teorema de Pitágoras, para resolver problemas ligados à agricultura. Um dos problemas matemáticos mais antigos foi encontrado em tabletas babilônicas de barro que têm mais de 4 mil anos. Os babilônicos usavam uma receita que ensinava o procedimento da resolução de equações.

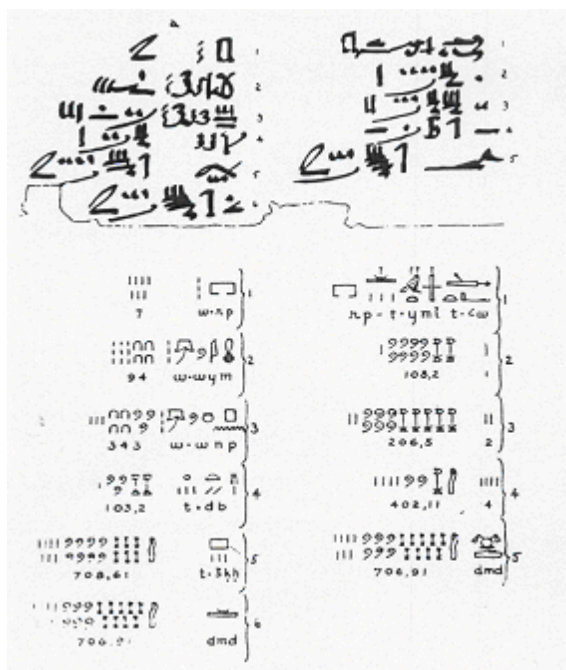


**Figura 1** Tableta babilônica

Outros achados mostram problemas que envolvem equações e seus métodos de resolução. O Papiro de Rhind ou papiro de Ahmes é um documento egípcio de cerca de 1650 a.C., onde um escriba de nome Ahmes detalha a solução de 85

problemas de aritmética, frações, cálculo de áreas, volumes, progressões, repartições proporcionais, regra de três simples, equações lineares, trigonometria básica e geometria. É um dos mais famosos antigos documentos matemáticos que chegaram aos dias de hoje, juntamente com o Papiro de Moscou

Segundo Stanic e Kilpatrick (1989, p. 2) “métodos particulares de resolução de problemas têm também uma longa história”. Observam-se no papiro de Ahmes problemas que envolvem progressões geométricas.



**Figura 2** Um problema com progressões geométricas do Papiro de Ahmes  
Chase, 1979, p. 17, citado por Stanic e Kilpatrick (1989)

Segundo Stanic e Kilpatrick (1989), apesar dos problemas serem bastante antigos no ensino da Matemática, a Metodologia Resolução de Problemas é algo novo. Por isso, entre outros motivos, existe ainda muita resistência, por parte dos professores, para aplicar essa metodologia em sala de aula. Talvez porque nem sempre é simples utilizar a resolução de problemas como base para as aulas de Matemática e, de acordo com Stanic e Kilpatrick (1989 p.4) “até muito recentemente, ensinar a resolução de problemas significava apresentar problemas e talvez, incluir um exemplo de uma solução técnica específica” e isso não é exatamente o trabalho que deve ser feito com resolução de problemas, pois, nesse último caso, eles

significam apenas exercícios. Nota-se também que hoje já se está dando uma ênfase maior nesta questão, porque esta Matemática, da forma tradicional como é transmitida, não está alcançando o grande objetivo: a aprendizagem do aluno. Pelo contrário, está sendo o motivo da insatisfação do aluno, que a vê como algo completamente distante da realidade.

### **3.2. A Resolução de Problemas no Currículo**

No que tange à resolução de problemas, Gomez-Granell (2008, p.276) enfatiza:

A resolução de problemas foi habitualmente usada no ensino da Matemática como uma forma de aplicar os conhecimentos previamente adquiridos.” Neste sentido, percebemos que a princípio, a resolução de problemas muito se confundia com a utilização de exercícios, pois apenas tinha a finalidade de fixar um conteúdo. Hoje, através de várias pesquisas nessa área, pode-se considerar a resolução de problemas como uma nova metodologia que pode levar o aluno a pesquisar formas diferentes de resolver determinada situação que é um problema, porque ele não resolve de forma mecanizada. A resolução de problemas possibilita que se veja os conteúdos como ferramentas que têm o objetivo de ajudar a resolver problemas contextualizados, com aplicação no cotidiano e em outras disciplinas e descontextualizados, ou seja, aqueles que têm sua aplicação apenas na Matemática.

No mundo tecnologicamente avançado em que vivemos, a Matemática está intrinsecamente ligada à construção ou aperfeiçoamento dos objetos, pois tudo o que está presente diariamente nos noticiários como a ecologia, a economia e os comportamentos sociais só podem ser explicados através dos modelos matemáticos. No entanto, na maioria dos países, através de pesquisas se percebe que os alunos têm pouco conhecimento matemático. Apesar da sua importância, a Matemática ainda é considerada como algo inacessível para muitos. Simples problemas aritméticos são tão difíceis de entender, para alguns, como se não fizessem parte do cotidiano. Abstrair, então, parece algo inatingível, um conhecimento que só os gênios têm acesso.

Talvez, um dos motivos para essa dificuldade seja o fato de que muitos alunos trabalham com símbolos matemáticos sem entender de fato o significado de cada um deles, ou seja, aprendem apenas manipulá-los mecanicamente, mas não percebem a situação, muitas vezes simples que originou aquilo. Outro aspecto pode ser a falta de compreensão do significado das operações básicas, das frações, da



proporcionalidade, etc. Como afirma Gomez-Granell (2008, p. 267): “todas as perspectivas se caracterizam por dar prioridade ao estudo dos aspectos conceituais da Matemática. O importante é que os alunos entendam ou construam o significado dos conceitos matemáticos”.

A Matemática está inserida em várias situações que envolvem diversas áreas e deve ser compreendida como um conhecimento humano indispensável para a formação do indivíduo.

Apesar de muitos dos conteúdos terem aplicação apenas na própria Matemática, sabemos que esta é uma ciência cuja área de conhecimento não está limitada a ela mesma, pois ela se inter-relaciona com outras áreas do conhecimento. Por conta da aplicabilidade da Matemática, a aprendizagem desta ciência pode ocorrer mais efetivamente de modo contextualizado. Desse modo, propicia ao aluno condições para que ele possa compreender e interpretar situações e, a partir daí, desenvolver habilidades de argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias e generalizar. Neste sentido, é importante o uso de problemas contextualizados em sala de aula, pois eles podem propiciar ao aluno esta capacidade de interpretar situações e buscar meios de resolvê-las sem estar muito apegado ao cálculo repetitivo.

Espera-se do aluno, certa competência em resolução de problemas, pelo menos daqueles que permitem desenvolver formas de pensar em Matemática. É importante ressaltar que os exercícios do tipo “calcule”, “resolva” não devem ser eliminados completamente, pois eles também têm sua importância na aprendizagem de técnicas e propriedades, muito embora eles sejam insuficientes na preparação do aluno para construir visões do mundo de forma mais abrangente.

Seguir um plano com os conteúdos propostos para cada série é importante, mas este deve estar ligado à resolução de problemas, ou seja, cada conteúdo que está no plano de aula deve ser ensinado não de forma meramente mecânica, mas o mais adaptado possível à realidade na qual está inserido os indivíduos.

No Brasil, o PCNEM (2002) tem como proposta que, em cada escola, os professores proponham um trabalho pedagógico que permita o desenvolvimento das competências que se desejam alcançar. Desse modo, um dos principais objetivos é explorar os problemas contextualizados, em cada ramo da Matemática. Além disso, as razões históricas de cada assunto são importantes para a compreensão do aluno, pois ele, assim, compreenderá o porquê de cada conteúdo existir. Outro aspecto a

considerar é a escolha do tema de cada aula, que deve ser feita pensando no indivíduo que vai receber o assunto. É neste sentido, que se deve adaptar cada conteúdo proposto para o Ensino Médio de tal forma que se aborde a tão importante resolução de problemas.

Sabe-se, no entanto, que, em Matemática, os problemas nem sempre estão diretamente ligados ao cotidiano do aluno, mas podem ser muito bem explorados de forma a buscar em seus diversos ramos, suas resoluções. Aritmética, Álgebra, Geometria, Matemática Financeira, enfim, se bem explorados através de problemas, trarão melhores resultados no processo de aprendizagem dos alunos.

Anteriormente ressaltamos que nem todos os conceitos matemáticos têm uma aplicação imediata no cotidiano do aluno. Essa parte descontextualizada da Matemática é muito importante no ensino dessa ciência. Mas não podemos deixar de frisar que o que realmente desmistifica a Matemática é a sua contextualização. Os problemas contextualizados possibilitam que seja respondida a repetitiva pergunta que muitos fazem: “Para que serve a Matemática?” Trabalhando com a Resolução de Problemas em sala de aula, pode-se perceber a importância dos conteúdos matemáticos na vida diária.

Segundo D’Ambrósio (2003) a Educação tem dois importantes aspectos apontados como objetivos principais: Ser parte da educação geral, preparando o indivíduo para a cidadania, e servir de base para uma carreira de ciência e tecnologia. Segundo este autor, infelizmente, a forma como se vê a Matemática como algo inútil e desinteressante está fazendo o seu ensino não alcançar nenhum destes objetivos.

O autor afirma, ainda, que os conteúdos matemáticos, sempre foram propostos como resposta aos objetivos da educação da época, desse modo, não tem sentido ensinar Matemática com metodologias ultrapassadas se estamos em pleno século XXI. Neste sentido, é interessante cada professor fazer as seguintes perguntas: Por que ensinar? O que ensinar? Como ensinar? A prática educativa deve ser ancorada nos objetivos maiores da educação que são essencialmente responder aos anseios do indivíduo, preparando-o para o exercício da cidadania. e contribuindo para o desenvolvimento da sua criatividade.

Nesta época de grandes avanços tecnológicos na qual estamos vivendo, a Matemática não deve ser mais ensinada simplesmente porque tem de ser assim, o ensino precisa ser renovado e atualizado, afinal, “a Matemática é a espinha dorsal

da sociedade” (D’Ambrósio, 2003, p. 5). E, a resolução de problemas, segundo Polya (1995), é a espinha dorsal da Matemática.

Segundo Ponte (2005) de dois fatores principais resultam o que os alunos aprendem: a atividade que realizam e a reflexão que sobre ela efetuam, pois sem a reflexão acerca da atividade e do seu processo de resolução, os alunos não aprenderão de forma efetiva, podem até aprender no momento, mas é a reflexão que faz com que os conceitos fiquem mais claros. Polya (1995) enumera quatro passos essenciais no processo de resolução de problemas: 1º: É preciso compreender o problema, saber exatamente o que é dado e o que é pedido. 2º: É preciso planejar uma estratégia para resolver o problema, que é o passo mais difícil, porque requer que seja desenvolvida a criatividade e o espírito de organização o que exige muito esforço e trabalho. 3º: Executar a estratégia planejada. 4º: Verificação e interpretação dos resultados para validar os resultados obtidos.

Esse último passo está intimamente ligado à reflexão, pois é o passo final na resolução de problemas. Verificar se toda a análise e métodos utilizados deram certo, significa refletir sobre a importância do problema em si, e todos os benefícios adquiridos nesse processo. Tal reflexão, apesar de não ser simples, é de suma importância para a aprendizagem, pois possibilita ao aluno que ele aperfeiçoe cada vez mais sua capacidade de elaborar novas estratégias caso a primeira não dê certo.

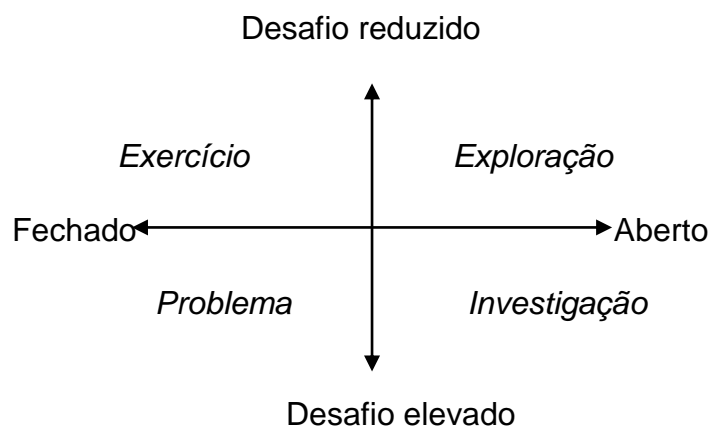
Nesse sentido, o professor deve, além de propor boas tarefas, ter o cuidado com o modo como vai ser aplicada e de conduzir a sua realização. É importante analisar os vários tipos de tarefa matemática: os problemas, os exercícios, as investigações, os projetos e as tarefas de modelação (ou modelagem).

### **3.3. Tarefas nas Aulas de Matemática**

Existem vários tipos de tarefas, mas nenhum deles se reduz à aplicação imediata de resultados apresentados em aula. Segundo Ponte (2005, p.7):

Duas dimensões da tarefa são o grau de desafio matemático e o grau de estrutura. O grau de desafio matemático relaciona-se de forma estreita com a percepção da dificuldade de uma questão e constitui uma dimensão desde a muito usada para graduar as questões que se propõem aos alunos. O grau de estrutura varia entre os pólos ‘aberto’ e ‘fechado’

Na figura a seguir, Ponte (2005), relaciona os diversos tipos de tarefas, levando-se em consideração o seu grau de dificuldade. Podemos perceber que os exercícios aparecerem como tendo um grau de dificuldade pequeno, justamente por se caracterizar como atividades para fixação de determinados conteúdos, não sendo necessárias estratégias de resolução.



**Figura 5** Relação entre diversos tipos de tarefas, em termos do seu grau de desafio e de abertura (PONTE, 2005, p. 8)

Os problemas têm uma grande importância no ensino da Matemática e, desde a antiguidade, tem um lugar bem estabelecido. No entanto, devem ser bem elaborados porque, o que é um problema para um, pode não ser para outro. Sendo assim, o problema não deve ser demasiado difícil fazendo o aluno desistir rapidamente, e também não deve ser demasiado acessível ao ponto de se tornar um exercício. O ideal é trabalhar com problemas que possibilitem que várias estratégias possam ser seguidas para resolvê-las, dessa forma, o conteúdo matemático com fórmulas, posteriormente pode ser o caminho mais simples para a resolução desses problemas, então o aluno passará a ver o conteúdo como uma ferramenta que torna a resolução de problemas mais fácil.

Os exercícios também podem e devem ter lugar na aula de Matemática. O objetivo dos exercícios é fazer o aluno por em prática os conhecimentos já anteriormente adquiridos. Servem essencialmente com o propósito de consolidar os conhecimentos. Os exercícios são importantes para praticar, por exemplo, a resolução de questões utilizando fórmulas, pois o exercício possibilita a fixação de certos métodos de resolução que têm sua importância, afinal a Resolução de Problemas é uma metodologia e não deve-se excluir completamente as tarefas



forma mais efetiva. Os procedimentos das propostas de modelagem e resolução de problemas são equivalentes pela forma como as duas são conduzidas, pois os objetivos gerais de ambas são os mesmos. No entanto, existe uma distinção significativa entre as resoluções de problemas que envolvem a modelagem e as que não empregam a modelagem Andrews e Mclone (1976) citado por Bean (2001). A resolução de problemas baseados na modelagem procura criar um modelo que solucionará o problema, enquanto que a resolução de problemas que não a utiliza, procura criar estratégias que possibilitem a resolução.

Os momentos de discussão em que os alunos apresentam o seu trabalho relatam as suas conjecturas e conclusões, apresentam as suas justificações e questionam-se uns aos outros são muito importantes no ensino. Outro aspecto importante é considerar se o ambiente de trabalho oferece condições para a realização de certas tarefas.

O modo de trabalho em sala de aula, a forma como o professor negocia com os alunos a resolução das tarefas, os papéis assumidos por ele e pelos alunos, a estratégia de ensino e os instrumentos de avaliação utilizados, tudo isso têm uma grande influência no trabalho realizado e nas aprendizagens que poderão acontecer (PONTE, 2005).

### **3.4. A Resolução de Problemas Matemáticos na Sala de Aula**

As definições acerca da resolução de problemas são, na maioria das vezes, divergentes e isso se deve, em grande parte, porque o estudo acerca disso é relativamente novo. A importância que hoje se dá à resolução de problemas, só veio acontecer a partir da década de 80, pois até então os currículos matemáticos eram relativamente estáveis e a maioria dos alunos se limitava a memorizar procedimentos mecanizados (SCHOENFELD, 1996)

Segundo Schoenfeld (1996), é interessante ressaltar que em outubro de 1957, quando os russos lançaram o Sputnik, os americanos lançaram o Movimento da Matemática Moderna em resposta. No entanto, por causa abstração dos seus conteúdos, as crianças não estavam conseguindo acompanhar a aprendizagem. Em consequência, afirma o autor, a Matemática voltou a ser ensinada como antes (*back to basis*) e os estudantes eram incapazes de pensar matematicamente e resolver problemas. Em 1980, nos EUA, o National Council of Teachers of Mathematics

(NCTM) declarou que a resolução de problemas “devia ser o foco da matemática escolar”. Assim, o tema resolução de problemas, foi considerado um dos mais importantes no ICME-5 (International Congress for Mathematics Education).

Se, por um lado, este foi um grande avanço, por outro, a resolução de problemas se tornou, em muitos casos parecida com exercícios e não muito mais que isso. Mas o ICME-5 (International Congress for Mathematics Education) foi um importante pontapé para se entender os problemas dentro do seu contexto na aprendizagem. Schoenfeld (1996) refere 4 propriedades utilizadas por ele nos problemas:

1. Problemas acessíveis e que sejam facilmente compreendidos.
2. Problemas que possam ser resolvidos por vários caminhos.
3. Problemas e resoluções que possam ser utilizados como introduções a importantes ideias matemáticas.
4. Problemas abertos que levam os alunos a fazer Matemática.

Se forem consideradas estas propriedades, assinala o autor, teremos bons resultados na aprendizagem da matemática. Na Matemática, por sua vez, os matemáticos têm, na resolução de problemas, o “motor” que impulsiona o desenvolvimento desta ciência (MEDEIROS, 1999).

O trabalho com resolução de problemas em sala de aula, no Ensino Fundamental não está tendo, para a aprendizagem da Matemática, um papel que ao menos se aproxima daquele desenvolvido nesse campo de conhecimento pelos matemáticos, pois os problemas estão servindo mais para fixar o conteúdo explicado pelo professor, do que para levar o aluno a interpretar e buscar formas de resolução.

Em muitas aulas de Matemática, ainda hoje, os problemas se caracterizam como exercícios repetitivos resolvidos através de procedimentos padronizados, para serem utilizados em outras situações semelhantes. Como afirma Charnay (1996, p. 46.): “Só há problema se o aluno percebe uma dificuldade, uma determinada situação que ‘provoca problema’”. De acordo com o autor, uma situação pode ser um problema para um aluno que encontra um obstáculo a ser vencido, e pode não o ser para outro, que percebe de imediato como se resolve, apenas aplicando o algoritmo. Neste sentido, os problemas devem ser muito bem planejados pelo professor, não com a finalidade de ser tão complicado, a ponto de ninguém consegui resolvê-lo,

mas com o objetivo de que o aluno pense e investigue métodos de resolução.

Os problemas matemáticos, em sua maioria, que são utilizados pelo professor em sala de aula, estão cheio de regras que muitas vezes, limitam a criatividade do aluno e o mesmo é considerado um bom aluno se reproduzir os conhecimentos que o professor repassou em sala ainda que não compreenda bem o que está fazendo.

Os problemas fechados ou exercícios buscam uma resolução baseada em cálculos mecânicos que não exigem nenhuma interpretação.

Por outro lado, os problemas abertos se caracterizam por quebrar as regras do contrato didático, pois o contrato didático indica que o professor e o aluno compartilham a mesma compreensão e aceitação das prioridades do ambiente de aprendizagem. Em geral, melhorias na Educação Matemática estão intimamente relacionadas à quebra do contrato didático, como desafiar o paradigma do exercício pois os alunos estão acostumados a sempre resolverem exercícios para fixar o conteúdo estudado e esse desafio acontece porque os problemas abertos possibilitam que os alunos se deparem com um problema que não tem vínculo com o conteúdo estudado anteriormente, podendo o mesmo elaborar estratégias para resolvê-lo, o que não pode ser feito de forma mecânica. Segundo Medeiros (1999, p. 28):

Quando o aluno tenta resolver um problema aberto, pode enfrentar um conflito cognitivo, porque tem aquelas expectativas em relação à resolução dos problemas fechados, que podem ser consideradas regras de contrato didático. Para reequilibrar a situação, o aluno pode procurar uma nova forma de se adaptar, abandonando o uso das regras de contrato didático utilizadas durante a resolução dos problemas fechados e buscando novas estratégias. Com isso, novas regras de contrato didático poderiam ir sendo estabelecidas.

A resolução de problemas, além de uma importante tarefa que pode ser desenvolvida nas aulas de Matemática, pode ser perspectivada como uma metodologia. Segundo Diniz (1991, p. 12): “A metodologia Resolução de Problemas representa, em essência, uma mudança de postura em relação ao que seja ensinar Matemática”.

De acordo com a autora, as duas ações nas quais o ensino atual está baseado são: (i) Propor questões e (ii) resolver as questões propostas. A mesma assinala que é importante incorporar a essas mais duas: (iii) Questionar as



respostas obtidas e(iv) questionar a questão original, afinal, o problema desencadeia uma atitude de investigação científica, em relação àquilo que está proposto.

É importante frisar que o trabalho com resolução de problemas é um processo lento, pois, na maioria das vezes, o aluno está acostumado apenas com exercícios e não tem o costume de analisar, interpretar e até fazer questionamentos quanto ao problema, se está bem elaborado, se admite ou não solução, se é única etc. Percebem-se quantos questionamentos pode-se fazer e é assim que acontece o processo de aprendizagem que, muitas vezes, é lento, pois um único problema pode ocupar várias aulas. Tal utilização do tempo das aulas, pode valer muito a pena, levando-se em consideração a riqueza que estes momentos proporcionam ao aluno, fazendo-o ser crítico. Nesse sentido, é importante ressaltar a opinião de Schoenfeld (1996), quando afirma que o seu objetivo não era apenas ensinar os alunos a resolver problemas, mas ensiná-los a aprender a pensar matematicamente. Segundo o autor, (p. 8)

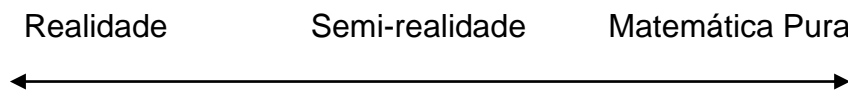
O pensar matematicamente significa (a) ver o mundo de um ponto de vista matemático (tendo predileção por matematizar: modelar, simbolizar, abstrair, e aplicar ideias matemáticas a uma larga gama de situações, e (b) ter as ferramentas do ofício para matematizar com sucesso. Nos cursos de resolução de problemas uso problemas como ponto de partida para discussões matemáticas.

Nas suas observações de salas de aula inglesas, Cotton (1998) citado por Skovsmose (2000) notou que a aula de Matemática é dividida em duas partes: primeiro, o professor apresenta algumas ideias e técnicas matemáticas e depois os alunos trabalhem com exercícios selecionados. Os livros didáticos trazem, em sua maioria, os conteúdos descritos de forma tradicional com todos os exercícios que só tem uma resposta. No entanto, a educação crítica (SKOVSMOSE, 2000), enfatiza que a Matemática como tal não é somente um assunto a ser ensinado e aprendido. A Matemática em si é um tópico sobre o qual é preciso refletir. Neste sentido, as práticas de sala de aula baseadas num cenário para investigação (SKOVSMOSE, 2000), diferem fortemente das baseadas em exercícios.

É importante observar que existem diferentes tipos de referências possíveis: Questões e atividades matemáticas podem se referir somente à Matemática e, em época em que se fala tanto em contextualização, é importante ressaltar essa parte descontextualizada da Matemática, ou seja, perceber que também são importantes os problemas cuja aplicação não está vinculada ao dia a dia e sim puramente à Matemática, podemos perceber isso em Ponte (2005, p. 1) “ é possível formular

problemas, exercícios e investigações em termos puramente matemáticos”

Segundo esse autor, também é possível se referir a uma semi-realidade, que significa situações que, apesar de serem reais, para o contexto em que o aluno vive não significa muito. Os livros didáticos trazem muitos problemas de semi-realidade. Um exemplo seria um problema que inclui compras em shopping Center para alunos que moram na zona rural, que nunca freqüentaram um. Ponte (2005, p. 10) afirma ainda que “os exercícios, os problemas e as investigações tanto podem surgir em contextos de realidade, como de semi-realidade ou de Matemática pura” como é ilustrado na figura 4.



**Figura 4** Diversos tipos de tarefas, quanto ao contexto.

Muitos exercícios que seguem estes contextos de realidade, semi-realidade e Matemática pura têm uma tradição na Educação Matemática, mas o problema é que, mesmo dentro desses contextos, os exercícios normalmente são resolvidos de forma mecanizada, tradicional e esta forma tradicional de ensinar tem revelado um quadro desolador, visto que, na grande maioria das vezes, fica estacionado apenas em procedimentos padronizados, sem utilização de análise e interpretação e quando o aluno se depara com uma situação que exige raciocínio crítico da sua parte, o mesmo não sabe como resolver pelo fato de está apenas acostumado a resolver exercícios.

É importante que os alunos e os professores achem seus percursos em diferentes ambientes de aprendizagem, pois o ambiente pode influenciar na aprendizagem do aluno. Como no exemplo citado em Skovsmose (2000), foram dados aos alunos exercícios sobre adição e subtração para eles realizarem em um ambiente que imitava um escritório e este ambiente diferente quebrou o paradigma do exercício, embora fosse realmente um exercício, isto aconteceu por causa de uma mudança de ambiente. Neste sentido, salientamos a importância até mesmo do ambiente onde a aprendizagem deve acontecer. Isto não significa que devem ser extintas as salas de aula, mas pode-se observar que uma mudança do ambiente pode ser proveitosa para se quebrar a visão de que a Matemática se faz

exclusivamente na sala de aula.

### **3.5. A Resolução de Problemas como proposta metodológica para as aulas de Matemática**

Smole e Diniz (2001) indicam que a habilidade de ler, escrever e resolver problemas tem sido tratada, por diversas vezes, separadamente do ensino. Para as autoras, esse fato parece ser o causador da significativa dificuldade que os alunos encontram com as situações-problema.

Nas aulas de Matemática, a dificuldade com a leitura torna-se muito visível, pois além da leitura de palavras em linguagem materna é indispensável fazer o uso da linguagem matemática. Sabe-se que a habilidade de ler e escrever são fundamentos necessários para a compreensão de qualquer área do conhecimento. No entanto, não pretendemos relacionar todas as dificuldades encontradas em Matemática apenas na leitura/escrita, mas este é um aspecto muito importante a ser estudado. Nesse sentido, a resolução de problemas é de suma importância para que essa habilidade seja desenvolvida, porque proporciona a leitura, interpretação e escrita dos problemas em linguagem matemática, pois como sabemos, o principal anseio de qualquer professor que concebe a Matemática como resolução de problemas, é de preparar seus alunos para resolver problemas propostos por ele em sala de aula ou os que o mesmo pode encontrar em seu cotidiano. Sabe-se que trabalhar com resolução de problemas não é tarefa simples, visto que exige tempo e planejamento por parte do professor e o mesmo nem sempre disponibiliza do tempo necessário. Além disso, percebe-se que existe uma grande rejeição dos alunos nos conteúdos matemáticos por causa da abstração existente. A resolução de problemas é importante, porque leva o aluno a perceber, entre outros aspectos, que a Matemática está presente em situações do cotidiano, e mesmo quando não está presente, o fato de ter de interpretar uma situação-problema e buscar caminhos para a resolução, faz o aluno se envolver com o conteúdo e achá-lo mais interessante.

Sabemos que alguns exercícios podem ser confundidos com problemas, mas aquelas questões que são resolvidas de forma mecânica, sem precisar de interpretação e que são apresentadas logo após o conteúdo só para os alunos reproduzirem o que o professor explicou, são apenas exercícios mecânicos. Estes

exercícios têm sim sua importância porque fazem o aluno aprender fórmulas e resolução de equações que são necessárias para o ensino da Matemática, mas as aulas não devem ser baseadas em exercícios, pois o que faz realmente o aluno aprender são os problemas, afinal:

Resolver um problema não se resume em compreender o que foi proposto e em dar respostas aplicando procedimentos adequados. Aprender a dar uma resposta correta, que tenha sentido, pode ser suficiente para que ela seja aceita e até seja convincente, mas não é garantia de apropriação do conhecimento envolvido. Além disso, é necessário desenvolver habilidades que permitam provar os resultados, testar seus efeitos, comparar diferentes caminhos para obter a solução. Nessa forma de trabalhar, a importância da resposta correta cede lugar a importância da resolução. (PCN, 1998,p.42)

Uma atividade de resolução de problemas requer que os problemas sejam bem elaborados, e que sua resolução exija estratégias com uma indefinição inicial da parte de quem resolve o problema e envolve principalmente a construção de novos conhecimentos matemáticos. Após serem publicados os Parâmetros Curriculares Nacionais, surgiram basicamente três formas diferentes de se entender a resolução de problemas e seu papel no ensino da matemática: ensinar para, ensinar sobre e ensinar via resolução de problemas. O aluno deve ser ensinado *para* a resolução de problemas com o objetivo de torná-lo capaz de resolver problemas com os quais se deparará. No ensino *sobre* resolução de problemas enfatiza-se a importância das situações problemas e quais passos devem ser dados para a interpretação. E ensinar *via* resolução de problemas significa considerar o problema como um elemento “disparador de um processo de construção do conhecimento matemático” (Gestar II, TP1, p.49)

As várias pesquisas sobre resolução de problemas mostram que as capacidades demandam tempo para se desenvolverem e que quanto mais problemas forem propostos nas aulas, melhor para aumentar a capacidade de quem resolve.

Alguns fatores interferem na competência de resolução de problemas, dentre os quais podemos citar o desinteresse em frente aos problemas. É preciso criar estratégias e atitudes diante dos problemas e selecionar as mais adequadas dentre aquelas que se conhece e detectar as mudanças que precisam ser feitas. Nos PCN's a resolução de problemas é o contexto tanto para a elaboração de novos

conceitos matemáticos quanto para a adaptação de antigos esquemas mentais a novas situações.

Desse modo, as concepções acerca da Resolução de Problemas têm uma importância determinante sobre como o professor vai transmitir os conteúdos e como os alunos vão recebê-los. Para muitos professores, os problemas estão associados a exercícios. Os próprios livros didáticos trazem exercícios como se fossem problemas, mesmo que esses mostrem o tipo de operação que deve ser feita. Por exemplo, muitos professores consideram exercício uma questão do tipo *efetue*:  $251 + 123$  e problema um enunciado que diz: *Maria tem 251 figurinhas e Ana tem 123. Quantas figurinhas elas têm juntas ?* Sabemos que uma tarefa desse tipo, depois dos alunos terem visto adição, nada mais é que um exercício, pois não leva o aluno a interpretar ou pensar sobre ela e não tem nenhuma dificuldade. Então, uma questão desta, pode ser considerada como um exercício também. Por isso, se forem estabelecidas novas concepções acerca da resolução de problemas, os professores poderão mudar também as concepções que os alunos têm, pois como afirma Ponte (1992, p. 1):

As concepções têm uma natureza essencialmente cognitiva. Actuam como uma espécie de filtro. Por um lado, são indispensáveis, pois estruturam o sentido que damos às coisas. Por outro lado, actuam como elemento bloqueador em relação a novas realidades ou a certos problemas, limitando as nossas possibilidades de actuação e compreensão.

#### 4. Metodologia

A fim de operacionalizar os objetivos propostos para este trabalho, desenvolvemos a metodologia descrita a seguir.

Inicialmente, elaboramos um questionário para compreender como o professor concebe a resolução de problemas. Aplicamos outro questionário aos alunos para compreender suas concepções sobre a Matemática e o estudo dessa disciplina. Aplicamos este em uma turma de 3º ano do Ensino Médio da Escola Estadual Alcides Bezerrada cidade de Cabaceiras composta por 20 alunos.

Após a aplicação dos questionários aos alunos e ao professor propomos dez problemas envolvendo funções quadráticas. Escolhemos a turma do 3º ano para que

as questões realmente representassem problemas, visto que esse conteúdo é visto no 1º ano do Ensino Médio, ou seja, os problemas não tinham vínculo com os últimos conteúdos estudados. O professor de Matemática disponibilizou suas aulas para que os problemas fossem aplicados.

Foi aplicado um problema por aula, ou seja, para cada problema o tempo disponível era de quarenta minutos. O professor da disciplina cedeu duas aulas por semana. A cada semana foram aplicados dois problemas. Na primeira aula, aplicamos um problema descontextualizado e na segunda aula um problema descontextualizado. Essa ordem foi seguida na aplicação de todos os problemas, com o objetivo de analisar as respostas dos alunos aos problemas contextualizados e descontextualizados.

Antes disso fizemos uma análise prévia dos problemas aplicados. Na íntegra, os questionários aplicados ao professor e aos alunos.

#### **Para o professor:**

1. O que você pensa sobre a Matemática?
2. O que você pensa sobre o ensino da Matemática?
3. O que você pensa sobre a resolução de problemas na sala de aula?
4. Para você, existe alguma diferença entre problema e exercício? Explique.
5. Na atualidade, podemos observar que o que mais se fala é ensinar os conteúdos matemáticos com problemas que estejam voltados para o cotidiano do aluno. Os temas transversais e contextualização estão na moda. Você utiliza a contextualização nas suas aulas? Se sim, como?
6. Para você, os problemas descontextualizados têm alguma importância no processo de ensino e aprendizagem da Matemática? Se sim, qual?
7. Para você, no Ensino Médio é mais difícil trabalhar com resolução de problemas do que no Ensino Fundamental? Explique.

#### **Para os alunos:**

1. O que você pensa sobre a Matemática?
2. É a Matemática que você estuda na escola?

3. Você acha que existe alguma diferença entre exercícios e problemas? Explique.
4. O que você pensa sobre a resolução de problemas nas aulas de Matemática? Explique.

#### 4.1. Uma análise prévia dos problemas

Os problemas que se seguem foram extraídos de vários livros do Ensino Médio. Alguns foram adaptados, conforme a necessidade.

Segue na íntegra, cada problema que foi aplicado juntamente com a análise a priori de cada um. Os cinco primeiros são contextualizados, com aplicações em Física, Geometria, História e presentes em atividades do cotidiano. Os cinco últimos, descontextualizados, cuja aplicação está apenas no estudo de funções quadráticas.

##### 1º problema: *Problema do gerador*

Gerador é um aparelho que transforma qualquer tipo de energia em energia elétrica. Se a potência  $P$  (em watts) que um certo gerador lança num circuito elétrico é dada pela relação  $P(i) = 20i - 5i^2$ , em que  $i$  é a intensidade da corrente elétrica que atravessa o gerador, determine o número de watts que expressa a potência  $P$  quando  $i=3$  ampères.

Esse é um problema totalmente voltado para a Física, na parte de eletricidade. É um problema simples e de fácil interpretação, por isso o aluno poderá perceber que fazendo uma substituição, ele poderá encontrar a resposta. Ao lidar com problemas assim, talvez o aluno não dê muita importância à unidade no final da resposta, por se tratar de Matemática e não de Física, pois muitos pensam que o cuidado com as unidades está mais voltado à Física e que na Matemática apenas o número é suficiente.

##### 2º problema: *Problema do número de ouro*

O retângulo áureo ou de ouro dos gregos é um retângulo especial em que valem as relações entre o comprimento ( $C$ ) e a largura ( $L$ ):  $C/L = L/C-L$  essa é a proporção áurea. A proporção áurea pode ser observada na natureza, nas obras de arte e nas

construções. Por exemplo, o templo grego Partenon tem suas medidas apoiadas na proporção áurea. Se considerarmos  $C = 1$ , a proporção será:

$$1/L = L/1 - L$$

A raiz positiva dessa equação é chamada número de ouro. Qual é esse número?

Este problema é muito interessante quando se faz uma leitura com atenção, pois o número de ouro é realmente extraordinário e conhecido há muito tempo. Espera-se que o aluno perceba a questão da Matemática presente na história dos gregos antigos que não tinham a tecnologia que temos hoje, mas que construíram o templo Partenon apoiados na proporção áurea. Mas, como o contrato didático é algo muito enraizado no ensino tradicional da Matemática, talvez isso não seja comentado na resolução do problema, visto que existe muita preocupação em resolver o problema e encontrar uma resposta. Este problema pode ser resolvido facilmente pela equação do 2º grau, mas para isso eles devem trabalhar com as frações existentes nele, para só então, utilizar a fórmula resolutive.

### **3º problema:** *Problema do custo de produtos*

Em uma fábrica, o custo de  $X$  produtos é dado por  $C(X) = -X^2 + 22X$ . Sabendo que o custo foi de R\$ 122,00, quantos produtos foram fabricados?

Esse problema foi adaptado do livro Matemática para o Ensino Médio (1999). É um problema contextualizado, de fácil interpretação. Para alguns, esse é um problema aberto porque, além de não ter vínculo com o último conteúdo estudado, eles não lembrarão rapidamente de como faz pra resolvê-lo. Para outros pode se constituir um problema fechado, porque não encontrarão nenhuma dificuldade, visto que é só utilizar a fórmula de resolução de equação do 2º grau. Este é um problema que não tem solução porque o valor de delta é negativo, e como a essa altura eles ainda não estudaram números complexos, então não existe solução. Acredito que muitos não perceberam isso, e aplicarão na fórmula e darão uma resposta.

### **4º problema:** *Problema do projétil*

Um projétil é lançado para cima, obedecendo à função  $f(t) = 50t - 2t^2$  (despreza-se a



resistência do ar). Determine a altura em que se encontra o projétil após 2 segundos do seu lançamento e a altura máxima alcançada por ele.

Mais um problema apoiado na interdisciplinaridade. Novamente voltado para a Física, mas dessa vez com o estudo dos movimentos. Espera-se que o aluno faça o esboço da trajetória do projétil, para entender o que o problema está dizendo. A primeira parte da pergunta é simples, porém a segunda parte envolve o vértice da parábola, fórmula que provavelmente não lembrarão. Uma estratégia seria dar valores ao  $f(t)$  para, pelo menos ter uma idéia da altura alcançada pelo projétil, pois depois de alguns valores, eles perceberão que o discriminante da equação ficará negativo, impossibilitando que mais valores sejam dados.

**5º problema:** *Problema da área*

Sabe-se que a área de um terreno retangular é 24 m<sup>2</sup> e que o perímetro é 20 m. Quanto mede cada lado desse terreno?

Este problema tem aplicação na geometria. Problema simples cuja resolução pode ser feita através de tentativas. Espera-se que eles façam o esboço do retângulo e percebam que o problema pode ser resolvido através de um sistema do 2º grau. Este é um problema onde os alunos utilizarão os quatro passos de Polya, pois primeiro eles entenderão o problema através do esboço da figura do terreno, depois planejarão uma estratégia, quer seja por tentativas ou através do sistema depois executarão a estratégia e por fim verificarão se os resultados obtidos tornam verdadeiros o valor da área e do perímetro. Portanto esse é um bom problema.

**6º problema:** *Problema da concavidade da parábola*

Determine  $m$  para que o gráfico da função  $f(x) = (m - \frac{1}{2})x^2 + 3x$  tenha a concavidade voltada para baixo.

Esse é um problema descontextualizado, com aplicação apenas no próprio assunto de funções quadráticas. É um problema aberto, pois não tem vínculo com os conteúdos anteriores. Pode acontecer que depois de analisarem bem o problema, os

alunos lembrem que a concavidade de uma parábola está relacionada ao sinal do coeficiente  $a$ . Talvez alguns mostrem dificuldades em trabalhar com o sinal maior ( $>$ ) e menor ( $<$ ), o que não é aceitável em uma turma do ensino médio, mas que acontece.

**7º problema:** *Problema das raízes iguais*

Determine  $p$  de modo que  $f(x) = px^2 - (p-1)x$  possua raízes reais e iguais.

Este problema é bem simples quando se está estudando funções quadráticas. Na verdade, durante a exposição desse conteúdo, este não pode nem ser considerado um problema e sim um simples exercício. A dificuldade existente nesse problema, numa turma de 3º ano, é que talvez eles não lembrarão quando é que uma função tem raízes reais e iguais. Outro obstáculo existe para os que aplicarem os dados na fórmula resolutiva, pois aparecerá um produto notável, que alguns não conseguem desenvolver.

**8º problema:** *Problema da substituição na função quadrática*

Dada a função quadrática  $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$ , determine  $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

Esse é um problema que não há a necessidade de fórmula para resolvê-lo, apenas precisam ser feitas as devidas substituições e eliminações convenientes para simplificar a expressão. Acho que os alunos terão bastante dificuldade visto que não existe um número como resposta final e eles estão acostumados em encontrar como resposta um número. Trabalhar apenas com desenvolvimento de expressões ainda se constitui uma grande dificuldade para os alunos que não são acostumados a trabalhar com isso.

**9º problema:** *Problema da função composta*

$f$  e  $g$  são duas funções de  $\mathbb{R}$  em  $\mathbb{R}$  definidas por  $f(x) = 2x - 1$  e  $g(x) = x^2 - 1$ . Determine  $f \circ g$   $\frac{-5}{2}$ .

Talvez a maioria não consiga lembrar o que significa  $f \circ g$ , daí a dificuldade em

resolvê-lo. Talvez alguns procurarão fazer a substituição da fração, mas não saberão em qual das funções deva substituir. Daí a grande importância de lembrarem o que significa função composta.

**10º problema:** *Problema das idades*

Se as idades de duas pessoas fossem representadas pelas raízes da função quadrática  $Y = X^2 + 9X + 20$ , qual seria a idade de cada uma?

Esse problema é de simples compreensão. O que o torna interessante é o fato de que as raízes dessa equação serem números negativos. Espera-se que os alunos percebam isso e respondam que esse é um problema sem solução, afinal não existe idade negativa. Talvez a maioria não perceba isso e responda que cada raiz represente as idades.

O 3º e o 10º problemas foram aplicados para responder a um dos objetivos desse trabalho era observar que muitos problemas não têm solução e com a análise das respostas pretende-se verificar como os alunos se comportam diante desse tipo de problema.

Cada um desses problemas, sejam contextualizados ou descontextualizados, têm uma grande importância para verificar como os alunos se comportam diante de problemas abertos. Acredito que haverá certa resistência por parte dos alunos, pois eles não verão nenhum sentido em resolver problemas de conteúdos que não estão mais estudando. Isso normalmente é o que acontece em turmas onde o ensino da Matemática ainda é o tradicional, pois sabemos que os alunos ainda não estão acostumados com a Metodologia Resolução de Problemas.

## **5. Análise dos Dados**

### **5.1. Sobre as concepções dos alunos acerca da Matemática- Análise do questionário aplicado aos alunos**

Um dos objetivos desse trabalho foi compreender as concepções dos alunos sobre a Matemática e o ensino desta disciplina. Para responder a isso foi elaborado um questionário que constava de quatro perguntas. As perguntas foram:

1. O que você pensa sobre a Matemática?

90% dos alunos respondeu que acha que a Matemática é muito importante, porque está presente no cotidiano das pessoas, mas consideram a Matemática estudada na escola muito difícil e que não gostam de estudá-la, porque está cheia de fórmulas e cálculos complicados que não têm nenhuma aplicação na vida deles. Uma resposta que me chamou a atenção foi a de um aluno que disse que a pessoa que não gosta de Matemática deveria praticar mais e ler mais e assim aprenderia a gostar.

2. E a Matemática que você estuda na escola?

Para essa pergunta, 95% apenas acrescentou o que já havia dito anteriormente, que é muito difícil, chata e não têm importância nenhuma para o dia-a-dia. 5% disse que gosta dos conteúdos matemáticos estudados na escola.

3. Você acha que existe diferença entre exercícios e problemas? Explique.

Apenas 10% dos alunos disseram que tanto faz. O restante disse que exercício não exige interpretação e que os problemas são mais complicados porque exigem interpretação, o que é muito difícil.

4. O que você pensa sobre a resolução de problemas nas aulas de Matemática? Explique.

80% dos alunos responderam acham importante, porque faz com que aprendam mais a Matemática. Na resposta deles, deu para perceber que eles acham mais fácil trabalhar com exercícios, porque problemas envolve muita interpretação, o que eles

demonstraram que têm grande dificuldade. Por outro lado, deu pra notar que eles acham que os problemas fazem com que aprendam mais do que exercícios, justamente porque, ao resolver um problema eles estão, de fato entendendo, e pra resolver exercícios basta utilizar procedimentos mecânicos.

## **5.2. Análise das respostas do questionário feitas pelo professor**

### **1. O que você pensa sobre a Matemática?**

O professor disse que a Matemática é indispensável no mundo no qual vivemos, pois por ser tecnologicamente avançada, a Matemática tem um papel fundamental.

### **2. O que você pensa sobre o ensino da Matemática?**

Ele considera que o ensino da Matemática ainda é feito de forma muito tradicional, e que é muito importante incorporar novas metodologias para mudar esse quadro.

### **3. O que você pensa sobre a resolução de problemas em sala de aula?**

O professor disse que a resolução de problemas leva o aluno a desenvolver o raciocínio lógico e a criar estratégias para buscar uma forma de resolução e isso é de suma importância no processo de aprendizagem.

### **4. Para você, existe alguma diferença entre problema e exercício? Explique.**

Ele disse que problema exige bastante leitura para que se faça uma interpretação coerente e que exercício envolve apenas operações diretas.

5. Na atualidade, podemos observar que o que mais se fala é ensinar os conteúdos matemáticos com problemas que estejam voltados para o cotidiano do aluno. Os temas transversais e a contextualização estão na moda. Você utiliza a contextualização nas suas aulas? Se sim, como?

Ele usa a contextualização através dos problemas, ou seja, tenta abordar os conteúdos com situações diretamente ligadas ao cotidiano do aluno, pois acha indispensável mostrar que a Matemática faz parte do cotidiano e que está integrada em todas as disciplinas.

6. Para você, os problemas descontextualizados têm importância no processo de ensino e aprendizagem da Matemática? Se sim, qual?

Tem importância, pois nem tudo em Matemática tem aplicação direta no cotidiano e em outras disciplinas. Muito do conhecimento matemático está voltado apenas para seu próprio estudo.

7. Para você, no Ensino Médio, é mais difícil trabalhar com resolução de problemas do que no ensino fundamental? Explique.

Ele considera que sim, pois no Ensino Fundamental, os conteúdos de uma forma geral, tem uma maior aplicabilidade principalmente no cotidiano. Dessa forma, é bem mais simples aplicar problemas que esteja presente na realidade do aluno. Já no Ensino Médio, os conteúdos são bem mais abstratos e muitos deles têm aplicação apenas no ensino da Matemática, muito embora que pode-se trabalhar a interdisciplinaridade em muitos desses conteúdos.

### **5.3. Análise das resoluções dos problemas feitas pelos alunos**

Esta análise visa perceber como foram as respostas dos alunos aos problemas abertos aplicados na sala de aula.

#### **1º problema:** *Problema do gerador*

90% dos alunos fez a substituição e calculou corretamente, os restantes substituíram corretamente mas fizeram os cálculos de forma errada. Um deles achou que precisava de uma fórmula para resolver e escreveu que mesmo não lembrando achava fácil. Pude perceber a preocupação deles em achar uma resposta através de um número e a consequente despreocupação com a unidade de potência que deveria aparecer na resposta.

**2º problema:** *Problema do número de ouro*

Para a resolução desse problema 95% dos alunos utilizou a resolução da equação através da fórmula resolutive. Por se tratar de uma turma do 3º ano, foi permitido o uso da calculadora e eles conseguiram chegar à resposta correta. Nenhuma outra estratégia foi procurada para a resolução. Os alunos sempre escreviam alguma coisa que não conseguiam calcular, mas que entendiam. Na análise a priori, foi esperado que eles percebessem a questão histórica envolvida nessa questão, mas infelizmente isso não aconteceu. Nenhum demonstrou o interesse nesse sentido.

**3º problema:** *Problema do custo de produtos*

Como foi dito, esse é um problema sem solução. 85% tentou encontrar as raízes utilizando a fórmula resolutive, e quando chegou ao valor negativo no discriminante, parou. Poucos escreveram que a equação não tem solução, mas senti falta da explicação deles que o problema não tem solução. A maioria achou suficiente parar no valor negativo. Alguns poucos substituíram o valor 122 em  $x$ , ou seja, não souberam interpretar o que a questão pediu.

**4º problema:** *Problema do projétil*

Praticamente todos responderam a primeira parte da pergunta, pois interpretaram corretamente que bastava substituir 2 segundos em  $t$ . No entanto, poucos igualaram a função a 2 e tentaram encontrar as raízes, mostrando que não souberam interpretar. Para o cálculo da altura do projétil, ninguém conseguiu resolver corretamente. Alguns disseram que sabiam que a altura está no vértice da parábola, mas não lembravam a fórmula. Nenhum tentou outra estratégia, como por substituições sucessivas, como era esperado na elaboração do problema. Mas, pelo menos, a maioria mostrou que compreendeu o problema ao fazer o esboço da trajetória do projétil. O que chamou bastante atenção foi o fato de que alguns fizeram adições e multiplicações erradamente, o que não deveria acontecer em uma turma de 3º ano.

**5º problema:** *Problema da área*

Todos construíram o retângulo que representava o problema. 85% aproveitou os dados do problema e foram substituindo valores até encontrar aqueles que verificavam o enunciado. Alguns poucos não lembraram o que é perímetro. Portanto,

nem tentaram resolver. Um aluno conseguiu perceber que o problema podia ser resolvido pelo sistema do 2º grau e fez os cálculos com muita perfeição, mostrando bastante familiaridade com o assunto.

**6º problema:** *Problema da concavidade da parábola*

Percebemos que 95% dos alunos lembrou que o que determina a concavidade da parábola é o sinal de  $a$ . A dificuldade que alguns mostraram foi em utilizar  $>$  (maior) ou  $<$  (menor). Como era esperado, houve os que utilizaram a fórmula resolutive para fazer o cálculo, e não foram muito adiante.

**7º problema:** *Problema das raízes iguais*

Alguns alunos escreveram que sabiam que uma função tem raízes iguais quando o discriminante é zero, mas apenas três alunos conseguiram ir mais adiante desenvolvendo corretamente e chegando ao resultado exato. Os demais não conseguiram. Dentre esses, um explicou direitinho o que devia fazer, mostrando que compreendeu o que foi pedido no problema, porém não conseguiu desenvolver os cálculos. Todos demonstraram um bom conhecimento da fórmula resolutive, mas o desenvolvimento foi o que não conseguiram fazer, isso mostra a pouca habilidade em manusear os cálculos.

**8º problema:** *Problema da substituição na função quadrática*

Apenas uma pessoa conseguiu resolver esse problema. O restante começou a fazer as substituições, mas parou antes da metade.

**9º problema:** *Problema da função composta*

Este problema foi considerado como algo terrível pelos alunos, pelo fato de terem que trabalhar com a fração. Em primeiro lugar, 15% dos alunos conseguiu substituir a função  $g$  na  $f$  corretamente, e quando partiu pra substituição e cálculo com a fração praticamente todos erraram. Uma pessoa fez corretamente a adição envolvendo fração. Alguns acharam que precisavam utilizar fórmulas na resolução.

**10º problema:** *Problema das idades*

90% dos alunos achou que este problema havia sido mal elaborado ou até mesmo havia um erro na escrita. Apenas 10% dos alunos escreveu que esse é um problema sem solução. Isso apenas mostra a pouca familiaridade por parte deles ao trabalhar



problemas sem solução.

## 5. Conclusão

Como foi dito no início, o objetivo geral deste trabalho é investigar a resolução de problemas como proposta metodológica para as aulas de Matemática, visando uma melhor aprendizagem, pelos alunos, dos conteúdos matemáticos ensinados no Ensino Médio. A seguir, faremos alguns comentários concludentes .

Percebemos ao longo dessa pesquisa que a forma tradicional de ensinar Matemática ainda hoje faz parte cotidianamente da vida escolar do aluno, apesar de percebermos os esforços existentes por parte do professor para melhorar suas metodologias.

Notamos também que existe uma visão muito pessimista por parte da maioria dos alunos em relação à Matemática e ao seu ensino e que existe um pensamento praticamente predominante que a Matemática é entendida apenas por uns poucos que têm “dom especial” para os cálculos. O trabalho com resolução de problemas é muito importante para que os alunos façam uma reflexão sobre as suas concepções que muitas vezes estão erradas e que é possível adquirir conhecimentos matemáticos de forma natural e até mesmo agradável.

Nossa pesquisa nos permitiu entender que os alunos estão, de uma forma geral, bastante desmotivados, e que novas metodologias precisam ser trabalhadas para que se obtenha mais sucesso no processo de aprendizagem dos alunos. Vimos a importância de trabalharmos os conteúdos matemáticos da forma mais contextualizada e interdisciplinar possível, pois a pesquisa revelou que os alunos compreendem melhor quando conseguimos aplicar os conteúdos em problemas contextualizados. Mas percebemos também a grande importância dos conteúdos matemáticos dentro desta própria ciência e que se trabalharmos problemas que levem os alunos a interpretar, explorar, criar estratégias e aplicá-las, provavelmente aprenderão os conteúdos de forma que perceberão que o conhecimento matemático é acessível a todos.

É importante frisarmos que nas respostas que o professor deu ao questionário a respeito de suas concepções depreendemos que ele não tem muita familiaridade com a resolução de problemas abertos como metodologia. Na verdade, ficou bastante claro que o termo *problemas abertos* é algo que o mesmo não conhece. No caso dos alunos, notamos que eles acharam muito sem sentido trabalhar com problemas abertos.

É indiscutivelmente claro que a utilização de problemas abertos como introdução de um conteúdo matemático, onde o aluno tenta utilizar diversas estratégias para resolvê-los, é um agente facilitador na aprendizagem dos conteúdos, pois eles aprenderão o conteúdo baseado no problema aplicado. Não podemos deixar de afirmar que os exercícios e tarefas de investigação são importantes nas aulas e que também fazem parte do conhecimento matemático, mas as aulas deverão ser baseadas em problemas e não apenas em exercícios de fixação como são normalmente as aulas de Matemática.

Nesta pesquisa, apenas fizemos uma investigação a respeito da metodologia Resolução de Problemas visto que não foi possível trabalhar conteúdos matemáticos após a aplicação dos problemas, mas mesmo assim percebemos que nenhuma nova metodologia trará resultado instantaneamente, pois o processo de ensino e aprendizagem é algo lento. Em primeiro lugar, as concepções do professor devem mudar, novas metodologias devem ser aplicadas de forma gradual, pois o ensino tradicional não deve ser abandonado de uma vez só, visto que isso poderia até mesmo inibir a aprendizagem do aluno.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BROUSSEAU, G. **Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques.** *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2), p.33-16, 1986.

BEAN, D. **O que é modelagem matemática.** In Educação Matemática em Revista. Ano 8, n. 9, p. 32-39. 2001.

CHARNAY, R.. **Aprendendo (com) a resolução de problemas.** In: PARRA, C. (Org.) Didática da Matemática: Reflexões Psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas. 1996.

D'AMBRÓSIO, U. **Por que se ensina Matemática?** Disponível em: <<http://www.sbem.com.br>> Acesso em: 03 de setembro de 2003.

DINIZ, M.I.V.S. . **A Metodologia “Resolução de Problemas”.** Revista do professor de Matemática SBM, n. 18. p. 12-19, 1º semestre de 1991.

GENTIL, N., MARCONDES, C. A; GREGO, S. **Matemática para o Ensino Médio.** São Paulo, Ática, 1999.

GÓMEZ-GRANEL, C. **A aquisição da linguagem matemática: símbolo e significado.** In A. Teberosky & L. Tolchinsky (Eds.), Além da alfabetização – Aprendizagem fonológica, ortográfica, textual e matemática. São Paulo: Ática, 2008.

MEDEIROS, K.M. *O Contrato Didático e a Resolução de Problemas Matemáticos em Sala de Aula.* Recife: UFPE, 1999. 211p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife.

\_\_\_\_\_. **O contrato didático e a resolução de problemas matemáticos em sala de aula.** In Educação Matemática em Revista. Ano 8, n. 9, p. 32-39. 2001.

MEC. Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para o Ensino Médio: **Orientações complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais.** Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias/ Secretaria de Educação Tecnológica – Brasília: MEC; SEMTEC, 2002.

MEC. Programa Gestão da Aprendizagem Escolar – Gestar II. **Matemática: Caderno de Teoria e Prática 1 – TP1: matemática na alimentação e nos impostos.** Brasília: 2008.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas.** Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

PONTE, J.P. **Concepções dos Professores de Matemática e Processos de Formação.** Educação matemática: Temas de investigação (pp. 185-239). Lisboa: Instituto de Inovação Educacional, 1992.

SCHOENFELD, Alan. **Porquê toda esta agitação acerca da resolução de problemas?** In: Abrantes, P., Leal, L.C. & Ponte, J.P. (Eds.), *Investigar para aprender matemática..* Lisboa: APM e Projecto MPT. (Artigo originalmente publicado em 1991 na revista ZDM), 1996.

SKOVSMOSE, O. **Cenários para investigação.** Publicado em Bolema, nº 14, pp. 66 a 91, 2000.

SMOLE, K.S. & DINIZ, M.I. (Org.). **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender Matemática.** Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

STANIC, George. M. A., & KILPATRICK, Jeremy. **Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum.** In: Charles, R.I. & Silver, E.A. 62 (Eds.) *The teaching and assessing of mathematical problem solving.* Reston, VA: NCTM e Lawrence Erlbaum, 1989.

### **Site consultado:**

[http://pt.wikipedia.org/wiki/Papiro\\_de\\_Rhind](http://pt.wikipedia.org/wiki/Papiro_de_Rhind)

## **ANEXOS**

Dentre todos os questionários respondidos pelos alunos, o que segue ficou destacado por causa da compreensão que o(a) aluno(a) demonstrou sobre os problemas e pelo fato dele(a) salientar que não gosta da Matemática ensinada na escola.

#### Questionário (Para os alunos):

1. O que você pensa sobre a Matemática? NÃO GOSTO DA MATÉRIA MATEMÁTICA, É UMA MATÉRIA COMPLICADA, MUITOS CÁLCULOS E RACIOCÍNIOS LÓGICOS. ÀS VEZES VEMOS O MESMO ASSUNTO POR DIVERSAS VEZES E NÃO CONSEGUIMOS COMPREENDER. DEFINITAMENTE ACHO QUE SÓ DEVERÍAMOS APRENDER O BÁSICO, AQUILO NO QUAL IREMOS USAR MAIS NO NOSSO DIA-A-DIA.
2. E a Matemática que você estuda na escola?  
A MATEMÁTICA QUE ESTUDAMOS NA ESCOLA, DEPENDENDO DA SÉRIE É COMPLICADA, OU ÀS VEZES O ASSUNTO É RAZOÁVEL MAS, O PROFESSOR NÃO SABE PASSAR O CONTEÚDO.
3. Você acha que existe alguma diferença entre exercícios e problemas? Explique.  
CREIO EU QUE HÁ DIFERENÇAS SIM.  
EXERCÍCIOS SÃO EXPRESSÕES QUE SE INICIAM COM O CÁLCULO.  
PROBLEMAS SÃO EXPRESSÕES QUE VEM COM UMA SITUAÇÃO PROBLEMA, OU SEJA, UM PEQUENO TEXTO QUE VOCÊ IRA LER E DISSO TIRAR OS DADOS PARA A RESOLUÇÃO DO PROBLEMA.
4. O que você pensa sobre a resolução de problemas nas aulas de Matemática? Explique.  
A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS, É O DESENVOLVIMENTO DA QUESTÃO, DESDE A MONTAGEM DA EXPRESSÃO ATÉ O RESULTADO FINAL.

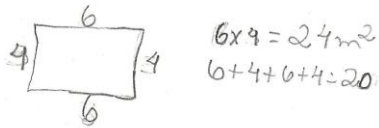
E as respostas dos problemas propostos em sala, posso destacar algumas que achei interessantes. No problema descontextualizado abaixo, o(a) aluno(a) tentou explicar o que deveria ser feito, mesmo não explicando corretamente. Mas o que chamou minha atenção foi o fato dessa pessoa saber o que deveria fazer, mas não conseguiu. Dá para perceber que a questão foi apagada, demonstrando que houve tentativa de resolução, acabando apenas com a explicação.

① Determine  $p$  de modo que  $f(x) = px^2 - (p-1)x$  possua raízes reais e iguais

Para encontrar o resultado de  $p$ , você resolve  $\Delta$  igualando ele a zero, se o  $\Delta$  for positivo ele terá 2 raízes iguais, caso, ele seja negativo só haverá uma raiz.

No próximo problema o(a) aluno(a) resolveu utilizando a informação dada, mas essa pessoa demonstrou no comentário, que tentou resolver de outra forma, mas não conseguiu, como se a sua estratégia não fosse correta.

② Sabe-se que a área de um terreno retangular é  $24\text{m}^2$  e o perímetro é  $20\text{m}$ . Quanto medem os lados desse terreno?



Eu consegui chegar a esse resultado pela fórmula base  $\times$  altura não consegui encontrar outra maneira de resolver este problema, mas eu tentei.



## Problemas envolvendo funções quadráticas

- ① Em uma fábrica, o custo  $x$  produtos é dado por  $C(x) = -x^2 + 22x$ . Sabendo que o custo foi de R\$ 122,00, quantos produtos foram fabricados?

$$C(x) = -x^2 + 22x$$

$$x^2 - 22x + 122 = 0$$

$$\Delta = (-22)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 122$$

$$\Delta = 484 - 488$$

$$\Delta = -4$$

- ② Mariana e Joana são irmãs. As idades delas são representadas pelas raízes da função quadrática  $y = x^2 + 9x + 20$ . Qual a idade de cada uma?

$$y = x^2 + 9x + 20$$

$$\Delta = 9^2 - 4 \cdot 1 \cdot 20$$

$$\Delta = 81 - 80$$

$$\Delta = 1$$

$$x = \frac{-9 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{-9 \pm 1}{2}$$

$$x' = -4$$

$$x'' = -5$$

Obs: Os dados fornecidos estão errados, pois o valor da equação está dando negativo.

Se fosse  $y = x^2 - 9x + 20$  o valor seria positivo.

Obrigada pela  
colaboração!